

**ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΣ ΥΠΟΤΡΟΦΙΩΝ
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΟΥ ΟιδαΝικώ
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ
ΠΑΡΑΣΚΕΥΗ 16 ΙΟΥΝΙΟΥ 2017
ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ ΤΡΕΙΣ (3)**

ΘΕΜΑ Α

A1. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί την λέξη Σωστό, αν η πρόταση είναι σωστή ή Λάθος, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α. Για κάθε $x \in \mathbb{R}$ ισχύει $\sqrt{x^2} = |x|$

β. Αν $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ τότε $|\alpha \cdot \beta| = |\alpha| \cdot |\beta|$.

γ. Ο n -οστός όρος μιας αριθμητικής προόδου ισούται με $a_n = a_1 + (n-1)\omega$.

δ. Αν $\alpha < \beta$ και $\beta < \gamma$, τότε $\alpha < \gamma$.

ε. Τα σημεία $A(\kappa, \lambda)$ και $B(\lambda, \kappa)$ είναι συμμετρικά ως προς τον άξονα $x'x$.

Μονάδες 10

A2. Να γράψετε στο τετράδιό σας το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση σε κάθε μια από τις παρακάτω προτάσεις:

1. Η λύση της ανίσωσης $|x+1| \leq 4$ είναι:

A. $(-5, 3)$ **B.** $(-\infty, -5) \cup (3, +\infty)$ **Γ.** $[-5, 3]$ **Δ.** $(-\infty, -5] \cup (3, +\infty)$

2. Η παράσταση $\sqrt{3} \cdot \sqrt[3]{3} \cdot \sqrt[4]{3}$ ισούται με :

A. 3 **B.** $\sqrt{3}$ **Γ.** $\sqrt[3]{3}$ **Δ.** $\sqrt[4]{3}$ **E.** καμιά από τις προηγούμενες

3. Οι ρίζες της εξίσωσης $x^4 - 5x^2 + 4 = 0$ είναι:

A. 5,4 **B.** -2,-1,1,2 **Γ.** 1,4 **Δ.** -3,3 **E.** καμιά από τις προηγούμενες

Μονάδες 15 (3x5)

ΘΕΜΑ Β

Δίνονται οι παραστάσεις:

$$A(x) = \frac{x^3 + x^2 - 9x - 9}{(x^3 - x) \cdot (x - 3)} \quad \text{και} \quad B(x) = \frac{x^2 - 4}{x^2 - x} \cdot \frac{x^2 - 1}{x^2 + 2x} \cdot \frac{x}{x + 1}.$$

B1. Να αποδείξετε ότι $A(x) = \frac{x+3}{x(x-1)}$ και $B(x) = \frac{x-2}{x}$.

Μονάδες 8

B2. Να λυθεί η εξίσωση $A(x) + B(x) = \frac{4}{x^2 - x}$.

Μονάδες 7

B3. Να αποδείξετε ότι $A(2) = \frac{5}{2}$ και $B(3) = \frac{1}{3}$.

Μονάδες 2

B4. Να αποδείξετε ότι η παράσταση $\Gamma = (\sqrt{2A(2)} - 3\sqrt{2})^2 + (\sqrt{2} + 9B(3)\sqrt{5})^2$ ισούται με 70.

Μονάδες 8

ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \sqrt{x^2 + \lambda x + 4} - 3$, της οποίας η γραφική παράσταση διέρχεται από το σημείο $M(-4, -1)$.

Γ1. Να αποδείξετε ότι $\lambda = 4$.

Μονάδες 5

Γ2. Να βρείτε το πεδίο ορισμού της f και να απλοποιήσετε τον τύπο της.

Μονάδες 6

Γ3. Να βρείτε τα σημεία τομής της γραφικής παράστασης της f με τους άξονες $x'x$ και $y'y$.

Μονάδες 6

Γ4. Αν $f(x) = |x+2| - 3$ να λυθεί η ανίσωση $\frac{f(x)+3}{2} - \frac{f(x)+4}{3} \leq 2$.

Μονάδες 8

ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται η εξίσωση $(\lambda - 2)x^2 - 2\lambda x + \lambda + 1 = 0$ (1), με $\lambda \neq 2$.

Δ1. Να βρείτε τη διακρίνουσα Δ της εξίσωσης (1).

Μονάδες 5

Δ2. Να βρείτε για ποιες τιμές του πραγματικού αριθμού $\lambda \neq 2$ η εξίσωση (1) έχει δύο ρίζες πραγματικές και άνισες.

Μονάδες 6

Δ3. Αν η εξίσωση (1) έχει δύο πραγματικές ρίζες x_1, x_2 , να λύσετε την ανίσωση $(\lambda - 2)^2 (x_1^2 x_2 + x_1 x_2^2) \geq 0$.

Μονάδες 7

Δ4. Να βρείτε για ποιες τιμές του πραγματικού αριθμού $\lambda \neq 2$ η ανίσωση $(\lambda - 2)x^2 - 2\lambda x + \lambda + 1 \leq 0$, αληθεύει για κάθε $x \in \mathbb{R}$.

Μονάδες 7

Να έχετε επιτυχία!